# Sujet de Thèse

— **Titre :** $\mathcal{D}$-modules arithmétiques équivariants sur la droite projective
— **Unité de recherche :** IRMAR, UMR-6625
— **Thème :** Géométrie arithmétique
— **Mots clefs :** $\mathcal{D}$-modules, actions de groupes, mod $p$ Riemann-Hilbert
— **Les noms, prénoms et courriel du directeur de thèse**

*Directeur : Tobias Schmidt*
*Email : tobias.schmidt@univ-rennes1.fr*

### Objectif de la thèse

La théorie des $\mathcal{D}$-modules arithmétiques, introduit par P. Berthelot (voir [1] pour une introduction) est une théorie d'équations différentielles pour les variétés algébriques $X$ en caractéristique positive. Si $X$ est une variété de drapeaux d'un groupe réductif, on sait que la structure de la catégorie des $\mathcal{D}_X$-modules équivariant détermine la théorie des représentations du groupe [2].

Le but de cette thèse est d'étudier la structure fine de cette catégorie dans le cas le plus simple. Soit donc $\mathsf{P}^1_k$ la droite projective sur un corps fini $k$ de caractéristique $p > 0$. Le groupe fini $G = \mathrm{GL}_2(k)$ agit naturellement sur $\mathsf{P}^1_k$ par translations et on s'intéresse aux $\mathcal{D}$-modules arithmétiques qui sont $G$-équivariants.

Un premier cas à considérer sont les $\mathcal{D}$-modules qui viennent du demi-plan de Drinfeld $\Sigma = \mathsf{P}^1_k \setminus \mathsf{P}^1(k)$. Ici, l'outil essentiel est la correspondance de Riemann-Hilbert en caractéristique $p$ etabli par N. Katz [3] qui implique que les $F$-isocristaux convergents sur $\Sigma$ sont parametrisé par les représentations $p$-adiques du groupe fondamental étale $\pi_1(\Sigma)$.

## Références

[1] Pierre Berthelot. Introduction à la théorie arithmétique des $\mathcal{D}$-modules. *Astérisque*, (279) :1–80, 2002. Cohomologies $p$-adiques et applications arithmétiques, II.

[2] C. Huyghe and T. Schmidt. $\mathcal{D}$-modules arithmétiques sur la variété de drapeaux. *J. Reine Angew. Math. (Crelle)* à paraître.

[3] N. M. Katz. $p$-adic properties of modular schemes and modular forms. In *Modular functions of one variable, III (Proc. Internat. Summer School, Antwerp, 1972)*, pages 69–190. Lecture Notes in Math., Vol. 350. Springer-Verlag, Berlin.