

Sujet de Thèse

- **Titre : Analyse d’algorithmes de simulation d’événements rares**
- **Unité de recherche : IRMAR, UMR-6625**
- **Thème : Aléatoire**
- **Mots clefs : Evénements rares, Sequential Monte Carlo, Méthodes Particulières, Probabilités Numériques**
- **Les noms, prénoms et courriel du directeur de thèse**

Directeur : Mathias Rousset (mathias.rousset@inria.fr), Frédéric Cérou, Equipe ASPI, INRIA.

Objectif de la thèse

L’estimation de la probabilité d’un événement rare est un problème crucial dans des domaines tels que la fiabilité (télécommunications, contrôle aérien, sûreté nucléaire) ou la simulation moléculaire (changement d’état métastable). Dans des systèmes complexes, l’étude analytique est hors de portée, et on doit utiliser une méthode de Monte Carlo. Lorsque l’événement est vraiment rare (disons 10^{-10}), une approche Monte Carlo naïve ne marche pas. On s’intéresse au cas dit statique, où on veut estimer $\mathbb{P}(s(X) > l)$, avec X une variable aléatoire, s une fonction score à valeurs dans \mathbb{R} , et l un seuil donné. On suppose que l’on sait simuler: (i) la loi π de X de manière exacte; (ii) une chaîne de Markov de noyau P réversible pour cette loi π .

Une technique désormais courante consiste à écrire l’événement rare comme emboîtement d’événements de plus en plus rares comme $A_k = \{s(X) > l_k\}$ pour $l_1 < \dots < l_n = l$, et à utiliser les objets ci-dessus pour estimer les probabilité (pas forcément petite) $\mathbb{P}(A_k | A_{k-1})$. La version la plus standard de l’algorithme entre dans le cadre des méthodes particulières de type Monte-Carlo séquentielles, développées entre autres par P. Del Moral et A. Doucet. Il existe cependant de nombreuses variantes qui n’entrent pas dans ce cadre et dont l’analyse est soit incomplète, soit inexistante.

Un exemple simple d’algorithme (que l’on peut appeler *last particle adaptive splitting algorithm*) mal compris est le suivant: on considère N particules dont la mesure empirique va estimer initialement $\pi = \mathcal{L}(X)$, puis au final $\mathcal{L}(X | s(X) > l)$. A chaque étape, (i) on choisit la particule de score le plus faible L_{\min} , (ii) on duplique une autre particule choisie au hasard, (iii) on modifie l’état d’une des deux particules dupliquées avec le noyau de proposition P si et seulement si cette proposition possède un score supérieur strictement à L_{\min} . On arrête l’algorithme lorsque toutes les particules ont un score supérieur à l .

L’objet de la thèse sera de compléter l’analyse de tels algorithmes, et de proposer des simulations numériques illustrant les enjeux méthodologiques.

References

- [1] F. Cérou, P. Del Moral, T. Furon, and A. Guyader. Sequential Monte Carlo for rare event estimation. *Stat. Comput.*, 22(3):795–808, 2012.
- [2] E. Gobet and G. Liu. Rare event simulation using reversible shaking transformations. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2015, To appear.
- [3] A. Guyader, N. Hengartner, and E. Matzner-Løber. Simulation and estimation of extreme quantiles and extreme probabilities. *Applied Mathematics and Optimization*, 64:171–196, 2011.
- [4] C.E. Brehier, M. Gazeau, L. Goudenège and M.Rousset. Unbiasedness of some generalized Adaptive Multilevel Splitting algorithms *Ann. Appl. Prob.*, 2016.
- [5] F. Cérou, and A. Guyader. Adaptive multilevel splitting for rare event analysis *Ann. Appl. Prob.*, 2016.